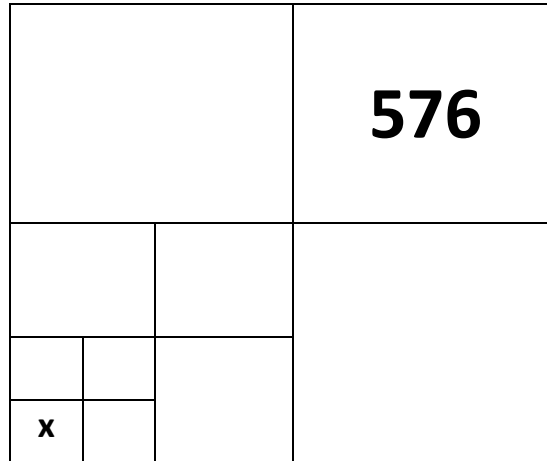


ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ 15^{ου} ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ

ΘΕΜΑ 1^ο

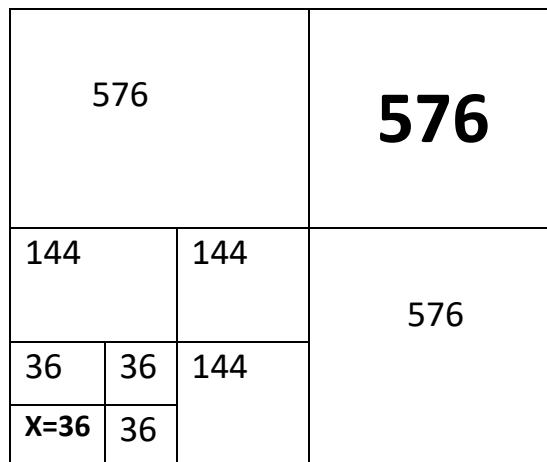
Κάθε τετράγωνο του σχήματος χωρίζεται σε 4 ίσα τετράγωνα.



α) Να βρείτε το x.

β) Να υπολογίσετε την παράσταση: $A=3x^3-(x+3)^2-2x-1$

Λύση



α) Επειδή κάθε τετράγωνο του σχήματος χωρίζεται σε 4 ίσα τετράγωνα, $x=36$

β)
$$\begin{aligned} A &= 3 \cdot (36)^3 - (36+3)^2 - 2 \cdot (36) - 1 \\ &= 3 \cdot (46656) - (39)^2 - 72 - 1 \\ &= 139968 - 1521 - 72 - 1 \\ &= 138374 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 2°

Μία ομάδα μαθητών μοιράστηκαν μια σακούλα με καραμέλες.

- Την πρώτη μέρα έφαγαν το $\frac{1}{2}$ από τις καραμέλες της σακούλας.
- Τη δεύτερη μέρα έφαγαν τα $\frac{2}{3}$ από τις καραμέλες που έμειναν.
- Την τρίτη μέρα έφαγαν $\frac{3}{4}$ από τις καραμέλες που έμειναν.
- Την τέταρτη μέρα έφαγαν τα $\frac{4}{5}$ από τις καραμέλες που έμειναν.
- Την πέμπτη μέρα έφαγαν τα $\frac{5}{6}$ από τις καραμέλες που έμειναν.

Αν στο τέλος της πέμπτης μέρας έμεινε μόνο **1** καραμέλα, να βρείτε πόσες καραμέλες είχε αρχικά η σακούλα.

Λύση

- Την πέμπτη μέρα έφαγαν τα $\frac{5}{6}$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $\frac{1}{6}$ που είναι **1** καραμέλα.

Επομένως την πέμπτη μέρα στη σακούλα είχε **6** καραμέλες.

- Την τέταρτη μέρα έφαγαν τα $\frac{4}{5}$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $\frac{1}{5}$ που είναι **6** καραμέλες.

Επομένως την τέταρτη μέρα στη σακούλα είχε **30** καραμέλες.

- Την τρίτη μέρα έφαγαν τα $\frac{3}{4}$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $\frac{1}{4}$ που είναι **30** καραμέλα.

Επομένως την τρίτη μέρα στη σακούλα είχε **120** καραμέλες.

- Την δεύτερη μέρα έφαγαν τα $\frac{2}{3}$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $\frac{1}{3}$ που είναι **120** καραμέλες.

Επομένως την δεύτερη μέρα στη σακούλα είχε **360** καραμέλες.

- Την πρώτη μέρα έφαγαν τα $\frac{1}{2}$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $\frac{1}{2}$ που είναι **360** καραμέλες.

Επομένως αρχικά στη σακούλα είχε **720** καραμέλες.

ΘΕΜΑ 3ο

α. Ένας τριψήφιος αριθμός a με πρώτο ψηφίο το 3, όταν διαιρείται με τους αριθμούς 2,3,4,5, αφήνει υπόλοιπο 1. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός που ικανοποιεί τα παραπάνω;

β. Είναι πρώτος ή σύνθετος ;

Λύση

$\alpha/2$ αφήνει υπόλοιπο 1 $(\alpha-1)/2$ αφήνει υπόλοιπο 0

$\alpha/3$ αφήνει υπόλοιπο 1 **άρα** $(\alpha-1)/3$ αφήνει υπόλοιπο 0

$\alpha/4$ αφήνει υπόλοιπο 1 $(\alpha-1)/4$ αφήνει υπόλοιπο 0

$\alpha/5$ αφήνει υπόλοιπο 1 $(\alpha-1)/5$ αφήνει υπόλοιπο 0

επομένως ο $\alpha-1$ είναι πολλαπλάσιο των αριθμών (2,3,4,5).

Βρίσκω το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο τους που είναι $ΕΚΠ(2,3,4,5)=60$.

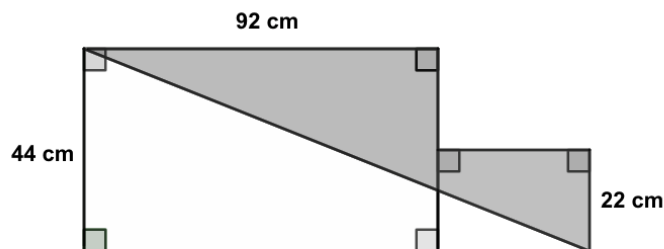
Τα επόμενα πολλαπλάσια είναι 120, 180, 240, 300, 360, 420, ...

Άρα $\alpha-1=300$ οπότε $\alpha=301$.

β. Είναι σύνθετος γιατί $301 = 7 \cdot 43$ δηλαδή δεν διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και την μονάδα.

ΘΕΜΑ 4^ο

Να βρείτε το εμβαδόν της γκρι επιφάνειας στο παρακάτω σχήμα.



Λύση

	<p>Το ζητούμενο εμβαδόν είναι</p> $\frac{(92+x) \cdot 44}{2} - 22 \cdot x =$ $(92+x) \cdot 22 - 22 \cdot x =$ $92 \cdot 22 + x \cdot 22 - 22 \cdot x =$ $92 \cdot 22 =$ 2024
--	--